

木村 磐 根

(京都大学・大阪工業大学名誉教授)

要 旨

自由空間および磁化プラズマ中の平面電磁波は、それぞれ光速および光速を屈折率で割った位相速度で伝搬する。このことはマクスウエルの2つの式(アンペアの法則とファラデーの法則)をまとめた波動方程式から容易に導ける。この点は大変簡潔・明瞭のようでもあるが、物理的な意味がよく知られた上記の2つの物理法則が陽に見えなくなってしまうため、電磁波伝搬の物理的理解を却って難しくさせている。筆者は特に磁化プラズマ中の伝搬特性を利用してロケット・衛星による電離圏・磁気圏プラズマの計測に永くたずさわってきた経緯から、この点を学生に十分理解してもらう必要があり、あえてこの2つの物理法則を陽に使った電磁波伝搬特性の説明を行うことを試みた。ご批判を頂ければ幸いである。以下には筆者の研究の背景となったホイッスラー現象の簡単な解説を、また後半にはこれまでに行ったロケットや科学衛星を利用して筆者等が行った電離圏・磁気圏観測の幾つかの例を付記する。

1. 背景 ホイッスラー現象

雷放電から発生する広帯域の電磁波雑音電波のうちごく低い周波数(VLF)の電波は電離層下端と大地間を導波管のようにして遠距離まで伝搬するモード(導波管モード)と、雷放電の近くで電離圏に入射し、地球磁力線と電離圏内のプラズマ電荷の影響を強く受け、磁力線の方向に曲げられ、また光速より遅く、周波数に強く依存した伝搬速度で伝搬するモード(ホイッスラーモード)が存在する(図1)。雷放電から放射された電波のうち、後者の伝搬モードにより発生する楽音的な電波雑音は1953年英国のStorey(1953)によって明らかにされ、ホイッスラーと名付けられたが、1920年代にAppleton等の研究によって導かれたいわゆるAppleton-Hartreeの屈折率の式により完全に理解できる現象である。Appleton等は、電波の電界による電離圏内の電子の運動が作る電流を考慮に入れたマクスウエルの電磁方程式から固有値問題とし、電離圏プラズマ中の電波の伝搬(位相)速度を決める屈折率を与える式を導いた。図2はこの現象の周波数スペクトル(縦軸周波数0-10kHz, 横軸時間1目盛りが1秒)を示し、上側は雷の発生した場所を通る磁力線の反対半球側の地上で観測されたホイッスラーのスペクトルを、また下側は雷の発生地点の近くで観測されたホイッスラー現象のスペクトルで、いずれも磁力線に近い通路を伝搬した後、下部電離層あるいは地上で反射をして同様な通路を何度もエコーする例を示している。Storeyの論文は、この現象の観測から、これまで良く分からなかった電離層F層以上の高度の電子密度分布を推定することができることを示唆したもので、ホイッスラーの観測点が世界的に多数作られた。また

雷放電によらず、地上で送信された VLF 電波も同様な伝搬をすることから、これらの人工的な電波源からの電波を利用して地球の周辺（電離圏・磁気圏）のプラズマ計測を行う各種の実験が行われてきている。

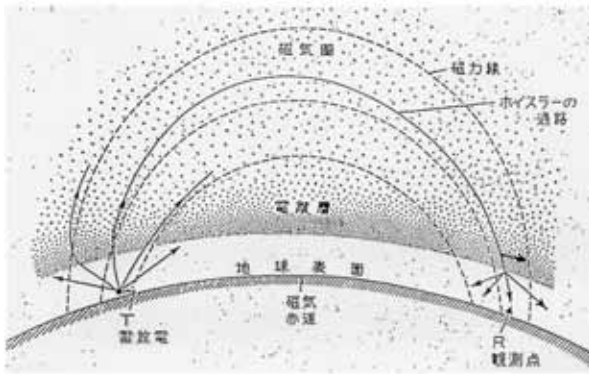


図1 地球磁力線にほぼ沿ったホイッスラーの伝搬路

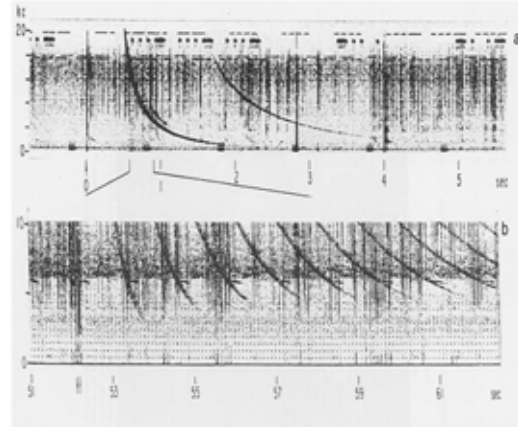


図2 ホイッスラーの周波数スペクトルの例 Helliwell(1965)

2. 自由空間伝搬と磁化プラズマ中の伝搬の基本式

マクスウエルの方程式を自由空間中と磁化プラズマ中で対比して示す。

媒質	自由空間	磁化プラズマ媒質
アンペアの法則	$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$	$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}_c$
ファラデーの法則	$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$	$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$

上表の磁化プラズマ中の \mathbf{J}_c は、電磁波により荷電粒子が作る電流（密度）で、下式で与えられる。

$$\mathbf{J}_c = Nq\mathbf{v}$$

ただし、 $q (< 0)$ は電荷量、 N は電子密度（電子の効果のみを考慮する場合）、 \mathbf{v} は電波の電界による平均的な運動速度で、下記の運動方程式（ m ：電子の質量、右辺第2項目のローレンツ力は静磁場 \mathbf{B}_0 によるもののみ考慮）で与えられる。

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0)$$

この運動方程式から \mathbf{v} は \mathbf{E} の関数として求まるので、 \mathbf{J}_c も \mathbf{E} の関数となり、アンペアの法則の右辺は

$$\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}_c \rightarrow \epsilon_0(\boldsymbol{\kappa}) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1)$$

と書ける。（ $\boldsymbol{\kappa}$ ）は比誘電率テンソルで、外部磁場方向を z 軸方向にとった場合次式となる（e.g. 前田，木村（1984））。

$$(\kappa) = \begin{pmatrix} S & jD & 0 \\ -jD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix} \quad (2)$$

またこれらの S, D, P は次式で与えられる .

$$S = 1 - \frac{(\omega_p/\omega)^2}{1 - (\Omega/\omega)^2}, \quad D = \frac{\omega_p^2 \Omega/\omega^3}{1 - (\Omega/\omega)^2}, \quad P = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Nq^2}{m\epsilon_0}} \text{ (プラズマ角周波数)}, \quad \Omega = \frac{qB_0}{m} \text{ (ジャイロ角周波数; 電子は負数)}$$

3. 自由空間中の平面波電磁波伝搬のわかりやすい説明

前記のマクスウエルの第 1 式の意味は, 電界の時間変動が変位電流をつくり, その電流が アンペアの法則 で磁界を作る . そこでまず, z 軸方向に波数 k (波長 $\lambda = 2\pi/k$) をもつ正弦波形の電界成分 E_x (y 方向には一定とする) が速度 v で z 軸正方向に移動すると仮定する (次式参照) .

$$E_x(z, t) = E_0 \sin k(z - vt) \quad (3)$$

z 軸上の各点では, 上記の電界分布の移動により電界の時間変化を生じ, x 方向の変位電流 J_x (次式) が流れる .

$$J_x = \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = -kv\epsilon_0 E_0 \cos k(z - vt)$$

ストークスの定理

$$\int \int (\nabla \times \mathbf{H})_x dz dy = \oint H_s ds = \int \int J_x dz dy$$

により, 上記の J_x から下記の y 方向の磁界 H_y が生ずる .

$$H_y = v\epsilon_0 E_0 \sin k(z - vt)$$

最初の電界 E_x , それにより発生した変位電流 J_x , および磁界 H_y を描くと図 3 のようになる .

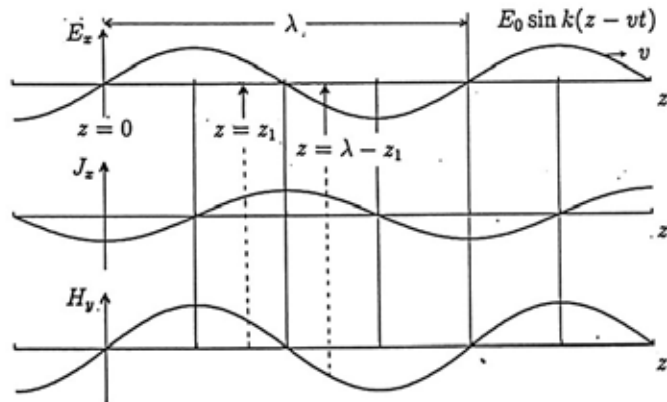


図 3 自由空間中の平面波の電磁界

この磁界 H_y を出発点にして、ファラデーの法則 および ストークスの定理 を使うと、同様に
 下記の電界 E_x が得られる。

$$E_x(z, t) = v^2 \epsilon_0 \mu_0 E_0 \sin k(z - vt) \quad (4)$$

式 (3) と (4) が同じになる条件，

$$v^2 \epsilon_0 \mu_0 = 1 \rightarrow v = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = c \text{ (lightvelocity)}$$

から，光速で伝搬する正弦波の電波はいつまでもその振幅を保持して伝搬できることをがわかる。

4. 比誘電率 κ をもつ誘電体中の伝搬

同様に，比誘電率 κ をもつ誘電体中の伝搬では，マクスウエル方程式の第 1 式は

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \kappa \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (5)$$

となる．従って自由空間中の伝搬の議論は ϵ_0 $\epsilon_0 \kappa$ とすれば同じである．よってこの場合は

$$v^2 \epsilon_0 \kappa \mu_0 = 1$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \kappa \mu_0}} \equiv \frac{c}{\sqrt{\kappa}}$$

となり，伝搬速度が $c/\sqrt{\kappa}$ となることがわかる． $\sqrt{\kappa}$ はこの媒質の屈折率である．

5. 磁化プラズマ中の電磁波伝搬特性のわかりやすい説明

磁力線方向に伝搬する場合

この場合，比誘電率がテンソル (κ) となるから，アンペアの法則は次式（前掲の (1), (2) 式）となる．

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 (\kappa) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$(\kappa) = \begin{pmatrix} S & jD & 0 \\ -jD & S & 0 \\ 0 & 0 & P \end{pmatrix}$$

図 4 のように，後方に右回りスパイラルをする 右旋円偏波の電界 ($E_x/E_y = j$) 分布が $+z$ 方向に速度 v で進行すると仮定する．

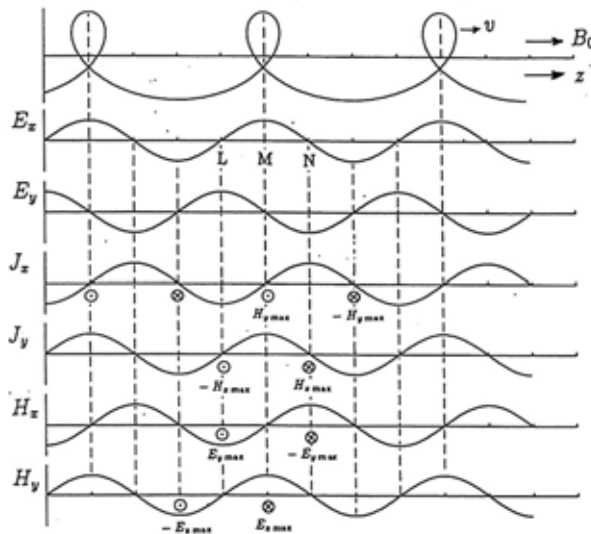


図 4 磁化プラズマ中の右旋円偏波の電磁界

前式の x, y 成分を書き出すと次式 (6), (7) となり，それをまとめると (8) 式となる．

$$(\nabla \times \mathbf{H})_x = \epsilon_0 \left\{ S \frac{\partial E_x}{\partial t} + jD \frac{\partial E_y}{\partial t} \right\} = \epsilon_0 (S + D) \frac{\partial E_x}{\partial t} = \epsilon_0 R \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (6)$$

$$(\nabla \times \mathbf{H})_y = \epsilon_0 \left\{ -jD \frac{\partial E_x}{\partial t} + S \frac{\partial E_y}{\partial t} \right\} = \epsilon_0 (D + S) \frac{\partial E_y}{\partial t} = \epsilon_0 R \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (7)$$

$$i.e. \quad \underline{\nabla \times \mathbf{H}} = \epsilon_0 R \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad R \equiv S + D = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 - |\Omega|/\omega} \quad (8)$$

マクスウエルの第2式は、自由空間中と同じであり、その磁界の時間変化率から電界が求められる。上記の R の式の右辺第1項の“1”は自由空間中の変位電流に対応している。

従って、前節に述べた比誘電率 κ の媒質中の伝搬で、 $\kappa = R$ としたことと同じである。故に波の移動速度 v は次式を満たさねばならない。ただし R は周波数依存性をもつので、次式は位相速度に対応している。

$$v^2 R \epsilon_0 \mu_0 = 1$$

$$\therefore v = 1/\sqrt{R \epsilon_0 \mu_0} = c/\sqrt{R}$$

左旋円偏波 ($E_x/E_y = -j$)では、(6), (7), (8) 式の R を下記の L に置き換えたものになる。

$$L \equiv S - D = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 + |\Omega|/\omega}$$

$$\therefore v = 1/\sqrt{L \epsilon_0 \mu_0} = c/\sqrt{L}$$

$\omega < |\Omega|$, $\omega \ll \omega_p$ の場合 (ホイッスラーモードに対応):

$$R = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 - |\Omega|/\omega} \gg 1, \quad L = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 + |\Omega|/\omega} < 0$$

右回り (R) モード $v \ll c$: 電子の右回りジャイロ運動による電流 \gg 変位電流

左回り (L) モード \sqrt{L} は虚数で伝搬不可 電界偏波が電子のジャイロ運動と逆方向

$\omega \gtrsim |\Omega|$, $\omega \gtrsim \omega_p$ の場合: 電離層中の中・短波帯伝搬に対応するが、R, L モードが共に伝搬できる周波数帯が存在する。

$\omega \gg |\Omega|$, ω_p の場合: R, L モードが共に存在し、Faraday Rotation (偏波の回転) が発生する。

なおホイッスラーモードは位相速度が光速よりも遅くなる (R が 1 より十分大きい) ことを述べたが、群速度も同様光速より遅くなることが明らかになっている。またあとの2つの場合、R, L は共に 1 より小さくなり、位相速度は光速を越えることになるが、群速度は光速を越えることはない (前田, 木村, 1984 参照)。

以上がわかりやすい講義の試みの部分であるが、物理的な理解をしやすくするため特に磁力線に沿った伝搬に限定している。以下はホイッスラーモード伝搬波を用いた地球周辺プラズマ計測に必要な伝搬モードの諸性質を解説するための補足説明であり、地球磁界方向からずれた方向の伝搬などについても述べる。

6. 磁化プラズマ中の群速度（電波の通路の方向と伝搬速度）

磁化プラズマ中の伝搬ベクトル k の大きさ $|k|$ は角周波数 ω と k の方向の関数である。逆に ω は k の関数として $\omega(k)$ と書ける。そこで波群の電磁界成分は次のように書ける。

$$E = \int E_0(k) \exp\{j(\omega(k)t - k \cdot r)\} dk$$

この式の位相項を $\phi(k)$ とすると

$$\phi(k) = \omega(k)t - k \cdot r.$$

k が dk だけ離れた波の位相と上記の位相との差

$$\nabla\phi = \frac{\partial\omega}{\partial k} \cdot dk t - dk \cdot r$$

をゼロ（同相）とするような速度が群速度 v_g である。すなわち

$$v_g \equiv \frac{dr}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial k} \quad (9)$$

上式右辺のベクトル偏微分 $\frac{\partial\omega}{\partial k}$ は、 k 空間における $\omega = \text{一定の面}$ に対する gradient である（前田，木村（1984））。一方磁化プラズマ中の屈折率 n ($|k|$ と真空中の波数 k_0 の比) は電波の ω と k の方向（外部磁場方向となす角 θ ）に依存するから， $n = n(\omega, \theta)$ と書ける。従って， ω が一定の面とは屈折率面のことである。すなわち群速度はこの屈折率面に立てた法線の方角に向くことになる。

7. 磁化プラズマ中で磁力線と平行でない伝搬

ホイッスラーモード伝搬で，地球磁場と θ の角度を持って伝搬する場合には Appleton-Hartree の屈折率の式（以後‘A-H の式’と略称）から

$$n^2 = R_\theta = 1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 - |\Omega| \cos\theta/\omega}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\omega}{|\Omega|} \text{ で } n \rightarrow \infty$$

$$\theta > \cos^{-1} \frac{\omega}{|\Omega|} \rightarrow n^2 < 0$$

群速度は前節で述べたように屈折率面に立てた法線の方角であり， $\theta = 90^\circ$ では伝搬できない（エネルギーは磁力線を横切れない）。

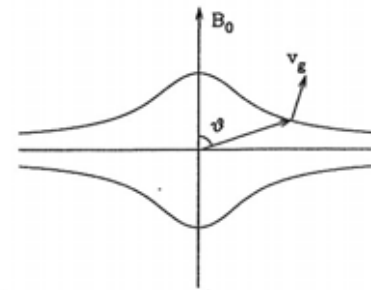


図5 電子の効果のみを考慮した屈折率面

8. 磁化プラズマ中の正イオンの効果

正の電荷を持つ荷電粒子の存在を考慮すると，イオンのサイクロトロン周波数程度およびそれ以下の周波数範囲では，前節で述べたような外部磁場に直交する方向の伝搬禁止範囲がなくなり，

すべての方向に屈折率が有限になる．このような場合には k が外部磁場に直角になっても群速度もその方向に向くので，伝搬路が磁力線を横切ることが可能となる (Kimura(1966))．周波数のごく低いホイッスラーモード伝搬波の raytracing を行うと磁気圏内で何度も磁力線を横切った反射を繰り返すパスの例が計算できる (図7参照)．また実際衛星観測で，そのような磁気圏内反射 (magnetospherically reflected) のホイッスラーが観測されている (図8はロシアの Magion 衛星による観測例 (Shklyar and Jiricek(2000)) を示す)．

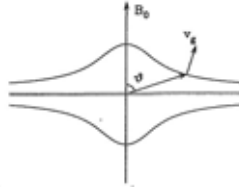


図6 (a) 電子の効果のみを考慮した屈折率面

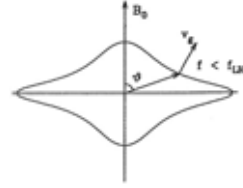


図6 (b) 正イオンも考慮した屈折率面

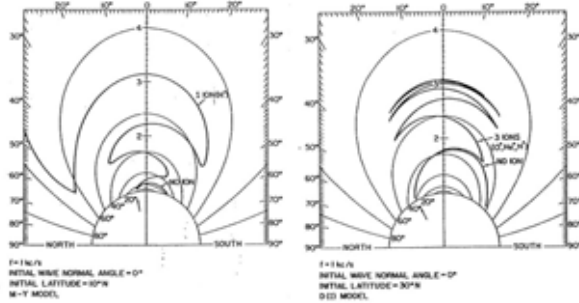


図7 電子と正イオンを考慮した磁化プラズマ中のホイッスラーの伝搬路 (kimura,1966)

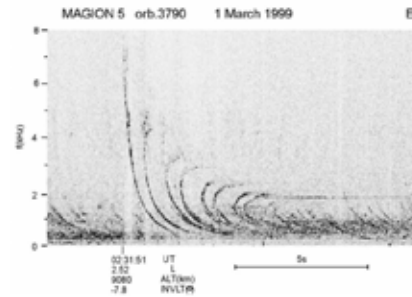


図8 正イオン効果により磁気圏内で多重反射するホイッスラー現象例

9. V L F ホイッスラーモード伝搬の特長のまとめ

位相速度・群速度が光速に比べて非常に小さく，これらの速度が周波数依存性(分散性)，プラズマ密度，磁場強度依存性をもつ。

電子のみの効果を考えると，群速度ベクトルが磁力線方向に近い伝搬をする．従って伝搬路は磁力線を横切れない (屈折率が $\theta = 90^\circ$ で ∞ となる)

正電荷のイオンをも考慮すると，伝搬路は磁力線を横切ることができる．

(屈折率があらゆる方向で有限)

これらの性質は，磁化プラズマ中では磁力線正方向に対して電子は右回り，正イオンは左回りの回転運動をするので電磁波の右旋，あるいは左旋偏波により，これらの電荷の回転運動により生ずる電流が，変位電流に比べて大きくなることができる．これが VLF の電波が，電離圏・磁気圏内で光速より遅い伝搬速度を持ち、また磁力線方向に近い伝搬をする原因となっている．

10. 伝搬ベクトル k の方向 (単位ベクトル) の決定

一般に平面波の電界成分を

$$E = E_0 \exp\{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})\}$$

と書き、マクスウェルの第2式（ファラデーの法則）に代入すると次式が得られる（前田，木村（1984））。

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\omega\mu_0} \mathbf{k} \times \mathbf{E} \quad (10)$$

すなわち、平面波電波の磁界成分は常に伝搬ベクトル \mathbf{k} に垂直、すなわち波面上にある。従って、原理的には磁界 \mathbf{H} の時間の推移を見ると波面が決まり、それに垂直な \mathbf{k} も決められる。この原理に従って電波の磁界ベクトルを3次的に測定し、その時間推移を知れば \mathbf{k} 方向の単位ベクトルが求められる（Means 法（1972）と呼ばれている）。

VLF ホイッスラーモード伝搬波を利用した電離圏・磁気圏の探査の例

11. ドップラー効果を利用した電離圏電子密度分布のロケット計測

鹿児島県内之浦から打ち上げられたロケットで検見川地上局信号 JG2AS(40kHz) とオーストラリア北西岬信号 NWC(22.3kHz) のドップラーシフト Δf が計測できた。これから電離層電子密度の高さ分布が求められた。 Δf は図9中の式で与えられる。 V はロケット速度、 n は屈折率、 σ はロケット進行方向と電波の \mathbf{k} とのなす角である。図9下段にはロケットが電離層中を飛翔（上昇、下降）中の全時間に両電波のドップラーシフトが受信されていることを示している。上側は JG2AS 電波で逆 s 字形の周波数スペクトルがそれである。一方オーストラリアの電波 NWC(下段) については、電波源からすぐ電離層に入射し磁力線に沿って北半球までホイッスラーモードで伝搬した後上からロケットに到達したもの（s 字）と、電波源から電離層下端と地表の間を導波管モードで日本付近まで伝搬し下からロケットに到達したもの（逆 s 字）が共存している。また電波源が南北両半球にあっても共にロケット飛翔軌道上の電子密度が求められたことは大きな収穫であった。

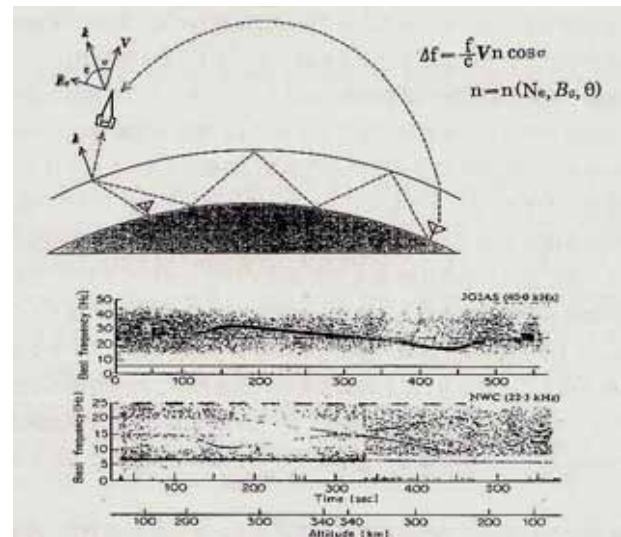


図9 地上VLF局信号の電離圏中のドップラシフトのロケット観測（木村，平石（1971））

12. あけぼのオメガ電波観測による磁気圏プラズマ計測

科学衛星「あけぼの」でオメガ電波 10.2kHz を3軸ループ、直交線状アンテナ（全長 60 m）で受信し、遅延時間と \mathbf{k} 方向を計測する。軌道上の電子密度は他の観測機器から提供を受けられるので、その電子密度と自観測機で測定した \mathbf{k} の方向から 'A-H の式' により屈折率が計算できる。次

にオメガ信号の送信点の近傍を出発点として、関数系で与えた電子密度分布を用いて raytracing を行い、この計算から得られた電波の遅延時間と k の方向が、観測から得られるものに一致するように電子密度分布のパラメータを変更し、一致する分布関数を求めるという方法を用いる。この手法により電子密度のグローバル分布が衛星軌道の1本(経過時間30~60分)の時間スケールで決定できる。通常電子密度のグローバル分布を求めるには、多数の衛星軌道上の電子密度観測が必要で、何日ものデータが必要であることから、1時間程度のリアルタイムの電子密度を求められるこのトモグラフィックな方法は画期的な方法といえる。(Kimura,et.al,1997)

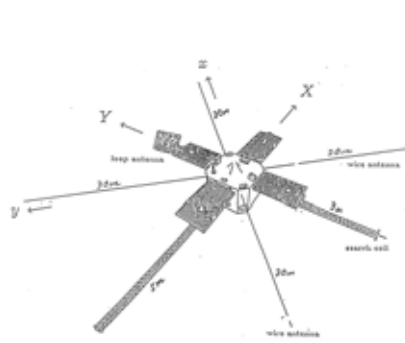


図10 あけぼの衛星 (1998~)

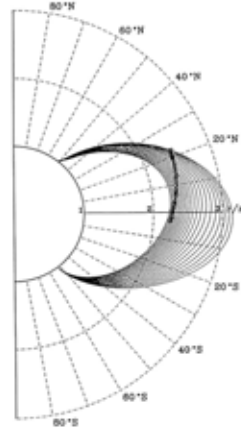


図11 衛星の軌道と伝搬通路

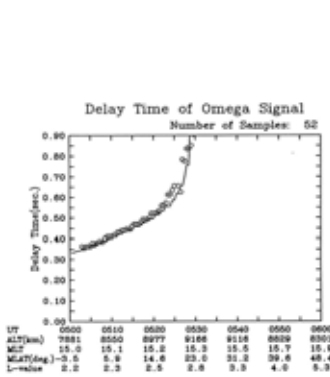


図12 オメガ信号の伝搬時間の軌道上での変化

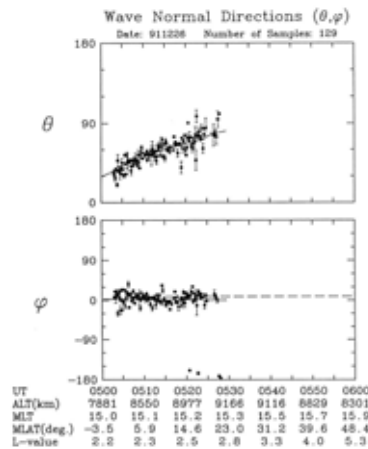


図13 オメガ信号のあけぼの位置での伝搬ベクトル方向

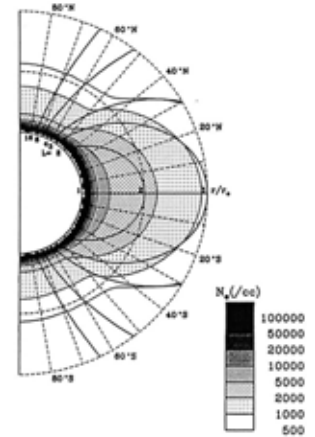


図14 オメガ信号観測によるグローバル電子密度分布の推定値

13. 磁化プラズマ中のアンテナの実効長の決定

波長に比べて短いアンテナの実効長は、自由空間中ではアンテナ長の半分であることはよく知られている。しかし磁化プラズマ中では自明ではない。これまで幾つかの衛星での観測例はあるが、アンテナ長の半分から全長に亘る種々な結果が報告されており、推定方法そのものに曖昧さが残っていた。第10節で述べたように、あけぼの衛星では3次元直交ループを用いて磁界ベクトルの大

きさと磁界面が精度良く決められ、その結果 k の方向が決定できる。また軌道上の電子密度が他の観測機器から求められるので、理論的に'A-Hの式'から屈折率が計算できる。従って(10)式から電界 E が求められ、線状アンテナの出力電圧 V と得られた電界 E の比として線状アンテナの実効長が求められる。このようにして推定された実効長は第16図に示すように、アンテナ長60mのほぼ半分であることが明らかとなった。

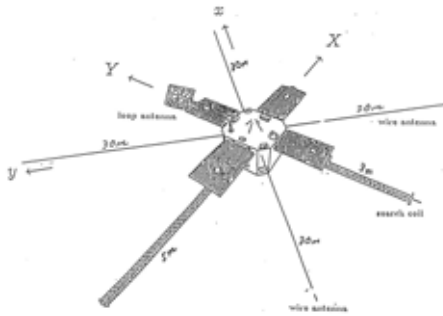


図15 科学衛星あけぼのの外観図

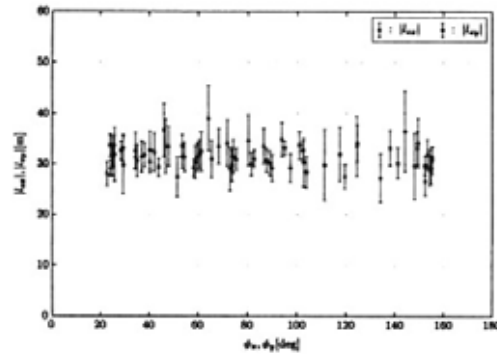


図16 あけぼの搭載線状アンテナ(全長60m)の実効長の観測例(東他;2005)

参考文献

- Helliwell, R. A.(1965), 'Whistlers and Related Ionospheric Phenomena'(Stanford Univ.Press).
 Kimura, I.(1966), Radio Sci. 1(New Ser.) 269-283.
 Kimura, I. et. al.(1997), J. Atmosph. Solar Terr. Phys.59, 1569-1586.
 Means, J.D.(1972), J. Geophys. Res 77, 5551-5559.
 Shklyar, D and Jiricek (2000), J. Geophys. Res. 69, 5019-5021.
 Storey, L.R.O.(1953), Phil. Trans.Roy. Soc.A 246, 113-141.
 東 亮一他 (2005), 電子情報通信学会論文誌 J88-B, 95-102.
 木村磐根, 平石謙二 (1971), 東大宇宙研報告 7, 95-102.
 前田憲一, 木村磐根 (1984), 現代電磁波動論 (オーム社).

(2007-3-3)