(105) 計測・制御

推定入力信号に基づくデータ駆動型二自由度制御系の一設計
Design of a Data-Driven Two-Degree-of-Freedom Control System based on Estimated Input Signal

榊 歩夢 † 木下 拓矢 † 山本 透 †
Ayumu Sakaki † Takuya Kinoshita † Toru Yamamoto †
† 広島大学

1 緒言

近年，制御対象の数式モデルを介さずに，閉ループデータから直接制御パラメータを算出する方法として，Fictitious Reference Iterative Tuning (FRIT) 法 [1] やそれを拡張した Extended FRIT (E-FRIT) 法 [2] などが提案されており，それぞれ二自由度制御系に対して拡張されている [3, 4]．二自由度制御系は，外乱応答に関する特性と目標値応答に関する特性をそれぞれ独立に考慮することができるが，従来の手法は，以下に示す 2 段階の調整則により 2 つの所望の特性を得るため，設計手順が複雑になっている．

＜STEP 1＞

外乱応答特性に関する評価関数を最小化してフィードバック制御器を調整

＜STEP 2＞

目標値応答特性に関する評価関数を最小化してフィードフォワード制御器を調整

また，制御パラメータの算出が非線形最適化問題に帰着されるため，遺伝的アルゴリズム (GA: Genetic Algorithm) など計算コストが高い解法が必要になる．

本稿では，制御対象の数式モデルを介さずに，一組の閉ループデータから 1 段階の調整で二自由度制御系を設計する方法を提案する．提案法によれば，所望の目標値応答モデルと相補感度関数を導入することで，評価関数を一つに集約でき，二自由度制御系の設計アルゴリズムを単純化できる．なお，提案法は，制御パラメータの最適化問題に対し，計算コストが低い最小二乗法を適用できるといった特徴を有している．また，評価関数中に入力の変化量に対するペナルティ項を加えることで，入力信号の変動を抑圧させることができる．さらに，参照モデルを用いて入力信号の波形を予測することで，設計した制御器を実装する前に入力の挙動を概ね確認することができる．最後に，本手法の有効性を数値例によって検証する．

2 二自由度制御系における参照目標値応答と参照外乱応答

二自由度制御系とそれに対応する参照軌道を図 1 に示す．このとき，$C_r(z^{-1},\boldsymbol{\theta_r})$ はフィードフォワード制御器，$C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})$ はフィードバック制御器，$G(z^{-1})$ は制御対象である．$\boldsymbol{\theta_r}$ と $\boldsymbol{\theta_e}$ はそれぞれ，フィードフォワード制御器とフィードバック制御器の制御パラメータを示している．また，$r(t), e(t), y(t), d(t)$ はそれぞれ，目標値，制御誤差，出力，外乱であり，$u_c(t)$ は $C_r(z^{-1},\boldsymbol{\theta_r}), C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})$ により生成される入力である．なお，本稿では，外乱 $d(t)$ は既知もしくは印加されていないものとし，制御対象 $G(z^{-1})$ は未知とする．このとき，出力 $y(t)$ は次式で表現される．

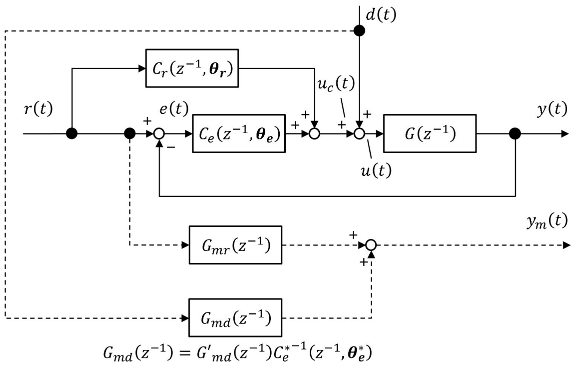

図 1: 二自由度制御系のブロック線図

$$y(t) = \frac{G(z^{-1})\{C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})+C_r(z^{-1},\boldsymbol{\theta_r})\}}{1+G(z^{-1})C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})}r(t) + \frac{G(z^{-1})}{1+G(z^{-1})C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})}d(t) \qquad (1)$$

次に，図 1 における参照軌道 $y_m(t)$ は，次式のように，参照目標値応答 $G_{mr}(z^{-1})r(t)$ と参照外乱応答 $G_{md}(z^{-1})d(t)$ の加算により生成される．なお，$G_{mr}(z^{-1}), G_{md}(z^{-1})$ はそれぞれ，参照目標値応答モデル，参照外乱応答モデルである．

$$y_m(t) = G_{mr}(z^{-1})r(t) + G_{md}(z^{-1})d(t) \qquad (2)$$

このとき，与えられた参照外乱応答を満足するフィードバック制御器を $C_e^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*})$ とすれば，$G_{md}(z^{-1})$ は，

$$G_{md}(z^{-1}) = \frac{G(z^{-1})}{1+G(z^{-1})C_e^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*})} = G'_{md}(z^{-1})C_e^{*-1}(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*}) \qquad (3)$$

と表現できる．ただし，

$$G'_{md}(z^{-1}) \;=\; \frac{G(z^{-1})C_e^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*})}{1+G(z^{-1})C_e^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*})} \qquad (4)$$

である．よって，$G'_{md}(z^{-1})$ は相補感度関数となり，式 (2) は，$G'_{md}(z^{-1}), C_e^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*})$ を用いて次式のように記述できる．

$$\begin{aligned} y_m(t) \;&=\; G_{mr}(z^{-1})r(t) \\ &\quad +G'_{md}(z^{-1})C_e^{*^{-1}}(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*})d(t) \qquad (5) \end{aligned}$$

本稿では，参照目標値応答モデル $G_{mr}(z^{-1})$，参照相補感度関数 $G'_{md}(z^{-1})$ を指定することで，一組の閉ループデータに基づき，与えられた参照軌道を実現する二自由度制御器 $C_r^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_r^*}), C_e^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*})$ を設計する方法を提案する．このとき，$\boldsymbol{\theta_r^*}$ と $\boldsymbol{\theta_e^*}$ は，それぞれ参照軌道を満たすフィードフォワード制御器とフィードバック制御器の制御パラメータを示している．

なお，ここでは参照目標値応答モデルと参照相補感度関数を，連続時間系において，下記の二項モデルで与える．

$$G_{mr}(s) \;=\; \frac{1+\beta\sigma s+\beta\dfrac{\sigma^2}{4}s^2}{\left(1+\dfrac{1}{n}\sigma s\right)^n}e^{-L_m s} \qquad (6)$$

$$G'_{md}(s) \;=\; \frac{1}{\left(1+\dfrac{1}{n}\sigma s\right)^n}e^{-L_m s} \qquad (7)$$

このとき，σ は立ち上がり時間に関する係数であり，β は目標値応答に関する係数である．なお，係数 σ,β は設計者が予め設定するものとする．また，n は参照モデルの次数である．L_m は推定むだ時間を示している．式 (6), (7) をサンプリング時間 T_s で離散化したものを $G_{mr}(z^{-1}), G'_{md}(z^{-1})$ として与える．

一方，制御器については，産業界で広く利用されていることから，本稿では PID 制御の構造を用いている．具体的には，フィードバック部を PID 制御とし，フィードフォワード部を PD 制御とする．このとき，図 1 に示す入力 $u_c(t)$ は次式で記述できる．

$$\begin{aligned} u_c(t) \;&=\; C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})e(t)+C_r(z^{-1},\boldsymbol{\theta_r})r(t) \qquad (8) \\ &=\; \left(\frac{\Delta K_{Pe}+K_{Ie}+\Delta^2 K_{De}}{\Delta}\right)e(t) \\ &\quad +(K_{Pr}+\Delta K_{Dr})r(t) \qquad (9) \end{aligned}$$

このとき，K_{Pe}, K_{Ie}, K_{De} はそれぞれ，$C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})$ に含まれる比例ゲイン，積分ゲイン，微分ゲインである．また，K_{Pr}, K_{Dr} は $C_r(z^{-1},\boldsymbol{\theta_r})$ に含まれる比例ゲイン，微分ゲインである．なお，Δ は差分演算子を表しており，$\Delta := 1-z^{-1}$ で定義される．z^{-1} は時間遅れ演算子で，$z^{-1}y(t) = y(t-1)$ と表記される．

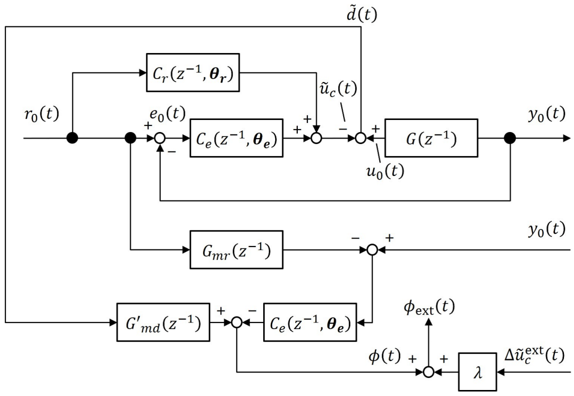

図 2: 提案制御系のブロック線図

3　データ駆動型二自由度制御系の設計

3.1　擬似外生信号を用いた二自由度制御系の 1 段階調整法

本稿では，FRIT 法 [1] の考えに基づき，一組の閉ループデータ $r_0(t), e_0(t), u_0(t), y_0(t)$ および擬似外生信号を用いて，参照軌道を実現する制御器 $C_r^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_r^*})$, $C_e^*(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e^*})$ を設計する．その概要図を図 2 に示す．図 2 において，$\tilde{d}(t), \tilde{u}_c(t)$ はそれぞれ，擬似外生信号，擬似入力信号であり，次式で示される [4]．

$$\begin{aligned} \tilde{u}_c(t) \;&=\; C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})e_0(t)+C_r(z^{-1},\boldsymbol{\theta_r})r_0(t) \qquad (10) \\ &=\; \left(\frac{\Delta K_{Pe}+K_{Ie}+\Delta^2 K_{De}}{\Delta}\right)e_0(t) \\ &\quad +(K_{Pr}+\Delta K_{Dr})r_0(t) \qquad (11) \\ \tilde{d}(t) \;&=\; u_0(t)-\tilde{u}_c(t) \qquad (12) \end{aligned}$$

本稿では，図 2 に基づき次式の評価規範 J を最小化する最適化問題を解くことにより，参照軌道を満たす制御器の制御パラメータ $\boldsymbol{\theta_r^*}, \boldsymbol{\theta_e^*}$ を算出する．

$$J \;=\; \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\phi_{\mathrm{ext}}^2(t) \qquad (13)$$

このとき，N はデータ数を示す．また，最適化問題を最小二乗問題に帰着するために，$\phi_{\mathrm{ext}}(t)$ を次のように定義する．

$$\begin{aligned} \phi_{\mathrm{ext}}(t) \;&:=\; \phi(t)+\lambda\Delta\tilde{u}_c(t) \qquad (14) \\ \phi(t) \;&=\; G'_{md}(z^{-1})\tilde{d}(t)-C_e(z^{-1},\boldsymbol{\theta_e})\{y_0(t) \\ &\quad -G_{mr}(z^{-1})r_0(t)\} \qquad (15) \end{aligned}$$

なお，式 (14) に含まれる λ は，入力の変化量に対する重み係数であり，入力信号の予測波形とロバスト性に基づき決定される．詳細は 3.2 節に後述する．式 (13) を最小化する PID ゲイン $\boldsymbol{\theta^*}$ は，次式の最小二乗法を適用することにより算出できる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta^*} \;&=\; [K_{Pe}^*, K_{Ie}^*, K_{De}^*, K_{Pr}^*, K_{Dr}^*]^{\mathrm{T}} \\ &=\; (\Phi^{\mathrm{T}}\Phi)^{-1}\Phi^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\nu} \qquad (16) \end{aligned}$$

このとき，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\nu} &= [G'_{md}(z^{-1})u_0(1), G'_{md}(z^{-1})u_0(2), \\ &\qquad \cdots, G'_{md}(z^{-1})u_0(N)]^{\mathrm{T}} \quad (17)\\ \Phi &= [\boldsymbol{\psi}(1), \boldsymbol{\psi}(2), \cdots, \boldsymbol{\psi}(N)]^{\mathrm{T}} \quad (18)\\ \boldsymbol{\psi}(t) &= [x_1(t), \frac{x_1(t)}{\Delta}, \Delta x_1(t), x_2(t), \Delta x_2(t)] \quad (19)\\ x_1(t) &= G'_{md}(z^{-1})e_0(t) + y_0(t) \\ &\quad -G_{mr}(z^{-1})r_0(t) - \lambda\Delta e_0(t) \quad (20)\\ x_2(t) &= G'_{md}(z^{-1})r_0(t) - \lambda\Delta r_0(t) \quad (21)\end{aligned}$$

である．提案手法は，評価規範 J が凸関数になることから，線形最適化問題に帰着され，計算コストが低く簡易な計算手法である最小二乗法により，$C_r^*(z^{-1}, \boldsymbol{\theta_r^*})$ と $C_e^*(z^{-1}, \boldsymbol{\theta_e^*})$ を設計することが可能となる．また，一組の閉ループデータから，1 つの評価規範により，二自由度制御器を設計することができる．さらに，入力変動を考慮するコスト関数を評価規範に組み込むことで，入力が穏やかな挙動となる制御器を設計できる．

なお，従来法 [3, 4] は，制御パラメータを算出する際に GA などの非線形最適化手法を用いる必要があるが，非線形最適化は反復計算により解くものが主であるため，計算負荷が大きく，局所解に陥るケースも想定される．一方，本手法は，式 (16) に示す最小二乗法により，評価規範 J を最小化する制御パラメータを一意に求められるため，従来法より大幅に計算コストを低減させることができる．

3.2 推定入力とロバスト性に基づく λ の決定法

式 (14) に含まれる λ は，推定された入力信号と制御系の安定余裕に基づき決定する．実行手順としては，まず，任意の $\lambda = \{\lambda_{min}, \cdots, \lambda_{max}\}$ を設定し，前節の提案法により各 λ に対して最適な制御器を設計する．次に，下記に示す推定入力 $u_m(t)$ を設計した制御器ごとに取得し，波形を数値例の図 4 のように描画する．

$$\begin{aligned}u_m(t) &= C_e^*(z^{-1}, \boldsymbol{\theta_e^*})\{r(t) - y_m(t)\} \\ &\quad + C_r^*(z^{-1}, \boldsymbol{\theta_r^*})r(t) + d(t) \quad (22)\end{aligned}$$

その後，次式で定義される感度関数の最大値 M_s[5] を各制御器に対して算出する．

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| \quad (23)$$

$$S(j\omega) = \frac{1}{1 + \widehat{G}(j\omega)C_e^*(j\omega)} \quad (24)$$

式 (24) において，$\widehat{G}(j\omega)$ は閉ループデータより推定した制御対象の周波数伝達関数である．紙面の都合上，周波数伝達関数の推定方法は割愛する．このとき，推奨される M_s の値は，1.4 から 2.0 の範囲 [6] であり，M_s が小さいほど安定余裕を大きく確保できる．

これにより，設計者は上記の推奨範囲と推定入力 $u_m(t)$ の挙動を基に λ と制御器を選択することで，所望の安定余裕を有し，かつ穏やかな入力と参照軌道に追従する出力を実現する二自由度制御系を設計することができる．

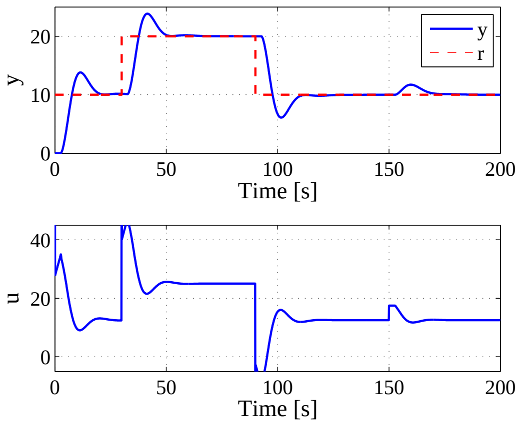

図 3: 閉ループデータ

4 数値例

提案法の有効性を数値シミュレーションにより検証する．制御対象を次式の連続時間系で与える．

$$G(s) = \frac{0.8}{(1+2s)(1+6s)}e^{-2.7s} \quad (25)$$

式 (25) をサンプリング時間 $T_s = 0.1$s として離散化する．ただし，式 (25) の $G(s)$ は未知とする．また，式 (6), (7) に示す参照モデルの各設計パラメータ β, σ, L_m, n はそれぞれ，$\beta = 0.1, \sigma = 4, L_m = 2.7, n = 3$ とした．

最初に，初期データを取得する．CHR 法に基づく以下の PID ゲインを用いた際の制御結果を図 3 に示す．

$$\begin{aligned}&K_{Pe} = 2.2, K_{Ie} = 2.8 \times 10^{-2}, K_{De} = 30, \\ &K_{Pr} = 0.50, K_{Dr} = 5.0 \quad (26)\end{aligned}$$

なお，本検証において，外乱 $d(t)$ は，時刻 150s より大きさ 5 のステップ信号を印加している．また，入力 $u(t)$ には，上限 80，下限 −20 の制約条件を設けている．図 3 の閉ループデータを用いて，制御器の制御パラメータを提案法により算出する．

次に，各 λ に対して設計された制御器を用いて，推定入力 $u_m(t)$ を取得する．式 (22) により得られた入力信号の推定結果を図 4 に示す．図 4 より，λ を大きくすることで目標値変更時に微分動作によって生じるキッキングを抑制できることがわかる．

最後に，提案法の有効性を検証するために，図 4 を用いて，$\lambda = 0$ と $\lambda = 0.2$ を指定した場合の制御結果を図 5，図 6 に示す．このとき，以下の PID ゲインが算出された．

[$\lambda = 0$ の場合 (図 5)]

$$\begin{aligned}&K_{Pe} = 1.7, K_{Ie} = 1.9 \times 10^{-2}, K_{De} = 24 \\ &K_{Pr} = 7.5 \times 10^{-2}, K_{Dr} = -11 \quad (27)\end{aligned}$$

[$\lambda = 0.18$ の場合 (図 6)]

$$\begin{aligned}&K_{Pe} = 1.8, K_{Ie} = 1.7 \times 10^{-2}, K_{De} = 26 \\ &K_{Pr} = 0.17, K_{Dr} = -26 \quad (28)\end{aligned}$$

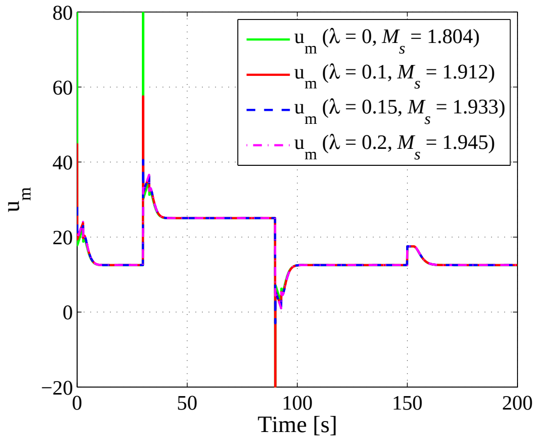

図 4: 推定入力 $u_m(t)$ の挙動

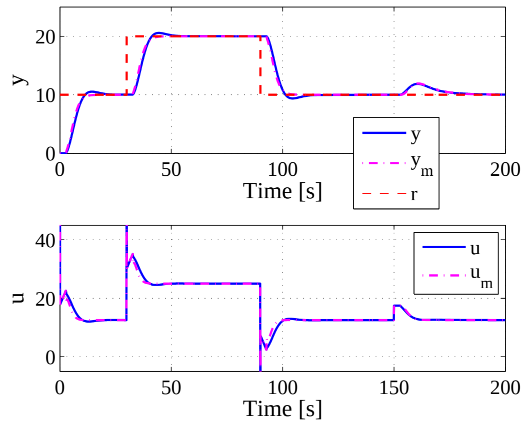

図 5: 提案法による制御結果 ($\lambda = 0, M_s = 1.803$)

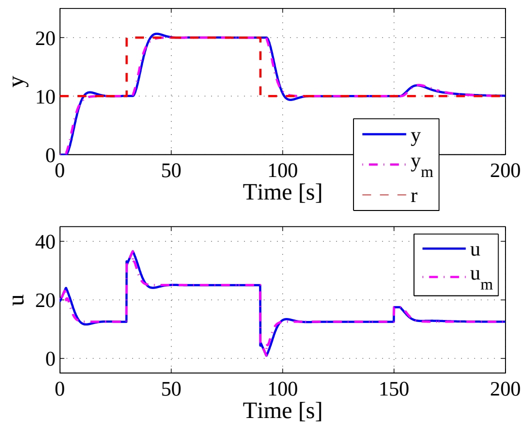

図 6: 提案法による制御結果 ($\lambda = 0.2, M_s = 1.946$)

図 5 ($\lambda = 0$)，図 6 ($\lambda = 0.2$) から，提案法により参照軌道 $y_m(t)$ に追従するような出力 $y(t)$ が得られていることが確認できる．また，図 6 より，入力変動が考慮された制御系を設計できていることがわかる．なお，双方の結果から，推定入力 $u_m(t)$ がキッキングや外乱の影響といった入力 $u(t)$ の特徴的な変動を捉えられていることも読み取れる．一方で，M_s の値に着目すると，図 5，図 6 ともに推奨範囲内の値を示しており，望ましい安定余裕が確保されていることがわかる．

5　結言

本稿では，入力信号の挙動に着目した，一組の閉ループデータに基づくデータ駆動型二自由度制御系の設計法を提案した．本手法の特徴は，以下の通りである．

- フィードフォワード制御器とフィードバック制御器の制御パラメータを 1 段階で同時に調整
- 制御パラメータの算出に最小二乗法が適用可能
- 制御対象の伝達関数モデルを用いることなく，望ましい安定余裕を有する二自由度制御系を設計
- 評価規範中のペナルティ関数と入力信号の事前予測により入力変動を陽に考慮

提案法の有効性は，数値例を用いて，穏やかに推移する入力と参照軌道に追従する出力が得られたことから検証した．今後は，実機実験による提案法の有効性について検証を進める．

参考文献

[1] 相馬将太郎, 金子修, 藤井隆雄, “一回の実験データに基づく制御器パラメータチューニングの新しいアプローチ -Fictitious Reference Iterative Tuning の提案-”, システム制御情報学会論文誌, Vol.17, No.12, pp.528-536, 2004.

[2] 田坂謙一, 加納学, 小河守正, 増田士朗, 山本透, “閉ループデータに基づく直接的 PID 調整とその不安定プロセスへの適用”, システム制御情報学会論文誌, Vol.22, No.4, pp.137-144, 2009.

[3] 坂田智則, 金子修, 藤井隆雄, “FRIT を用いた閉ループ特性と目標応答特性の向上のための 2 自由度制御器のパラメータ調整”, システム制御情報学会論文誌, Vol.20, No.11, pp.419-429, 2007.

[4] 小河守正, 加納学, “一般化 2 自由度 PID 制御システムの 2 段階 E-FRIT 調整法”, 計測自動制御学会論文集, Vol.52, No.11, pp.631-638, 2016.

[5] R. Kurokawa, T. Sato, R. Vilanova, and Y. Konishi, “Closed-loop data-driven trade-off PID control design”, *Proc. of the 3rd IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control*, pp.244-249, 2018.

[6] K. J. Åström and T. Hägglund: “Advanced PID Control”, pp.95-138, *The Instrumentation, Systems, and Automation Society*, 2006.