

道路構造物のマルコフ劣化モデルによる最適補修計画に対する データ増大の影響に関する研究

Effect of Increase of Road Data

for the Optimal Road Maintenance by Markov Deterioration Model

菊池 裕太, 小柳 淳二

Yuta Kikuchi, Junji Koyanagi

鳥取大学大学院 持続性社会創生科学研究科工学専攻

1 概要

本研究では、マルコフ過程を用いて道路構造物の経時的な性能低下をモデル化し、その結果から最適補修計画を立案する。今回取り扱うモデルでは、路面の状態を5つに分けて補修を行うべき状態を予測する。そしてシミュレーションにより、疑似的な道路構造物の状態推移データを生成し、その結果に最小二乗法を用いて推移確率を推定、コストを考慮することで最適補修計画を推定する。また、点検周期やデータ数を変化させることで、各パラメータが推定結果に及ぼす影響について調べ、考察する。

2 導入

日本の高度経済成長期に急速に整備された道路構造物は、近年老朽化が顕在化しており、補修の必要性から予算や人材を必要としている。しかし、公共予算の減少に伴う予算の削減や、各市町村の技術者不足によって道路構造物の補修が進められないのが現状であり、早急に厳しい予算制約を考慮した効率的な道路構造物の補修計画の立案が必要であると考え。

本研究では、マルコフ過程を用いて経時的な性能低下をモデル化し、補修コストを最小化する最適補修計画を決定したいと考える [1]。この際、不確実性を考慮するような手法を検討する必要があるが、現状では点検データ数が少なく、補修計画の精度を上げるためには条件ごとのデータを増やす必要がある。よって本研究では、将来的にドライブレコーダーや、無人車を用いることで多量のデータ収集が可能になることを想定し、乱数によって疑似的なデータを生成し、シミュレーションを行う。その結果から期待コストを算定し、差別的な補修計画を予測する。また、パラメータとして、点検周期や点検対象の数、データ数、予算を変化させてデータを収集することで、精度を確保した最適補修計画を立案するために必要な点検周期および、データ数について考察する。

3 劣化モデル

3.1 劣化区分

道路構造物の状態を把握する管理基準 [2] [3], とし、ひび割れ率 (路面を 50cm 四方に分割し、各区画のひび割れの本数から測定する), 轍掘れ量 (どれだ

け轍が出来ているか) を用いる。

前述のものを組み合わせた総合評価として MCI_0 (Maintenance Control Index) を用いて劣化区分を適用する。この 2 つに、平坦性、もしくは IRI (International Roughness Index) を加えた MCI も検討することが出来る。劣化区分は以下の表 1 を用いる [4]。

3.2 推移確率

本研究はより詳細に考えるため、II の予防保全段階を 2 つに分けて、劣化の程度を 5 つの状態 (1, 2, ..., 5) で考える。状態 1 は I の健全段階に対応し、表面がほとんど新しいことを表している。状態 2, 3 は II の予防保全段階に対応しており、状態 2 はわずかに表面が損傷しており、状態 3 は交通に影響はないが、表面が損傷している状態を表している。状態 4 は、III-1 の早期措置段階に対応しており、交通に悪影響を及ぼすためこの状態には補修を行うことが望ましい。状態 5 は、III-2 の緊急措置段階に対応しており、安全な交通のために補修が必要である。予防保全を始めるかどうかを状態 3, 4 のときに決定し、状態 5 では必ず事後保全を行うことにする。

補修を行わない場合の状態推移図を図 1 に示す。本研究では状態 1 から状態 3 へ状態推移など 1 期間で 2 つ以上状態推移する確率を非常に小さな確率と考え、確率を 0 として扱うこととする。道路構造物の保全は、下図において劣化の進行に逆らう状態推移を示し、劣化が進行するほど保全に必要なコストが大きくなるものとする。状態推移行列 T の成分 T_{ij} は状態 i から状態 j に推移する確率を表している。

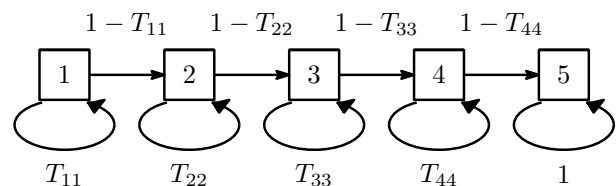


図 1: 状態推移図

表 1: 道路構造物の劣化区分.

区分	状態
I, 健全	構造物の機能に支障が生じていない状態
II, 予防保全段階	構造物の機能に支障が生じていないが, 予防保全の観点から措置を講ずることが望ましい状態
III-1, 早期措置段階 (表層補修等)	構造物の機能に支障が生じる可能性があり, 早期に措置を講ずべき状態
III-2, 緊急措置段階 (基盤交換等)	構造物の機能に支障が生じている, 又は生じる可能性が著しく高く, 緊急に措置を講ずべき状態

4 推定方法

本研究において, 離散時間マルコフ過程を用いた性能低下のモデル [1] を状態推移確率行列 T として, 次のように示す.

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & 1 - T_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{22} & 1 - T_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} & 1 - T_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_{44} & 1 - T_{44} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

劣化が同一のマルコフ過程によって表される道路区間 (観測地点) が v_0 個あると仮定し, すべての道路区間の初期状態は 1 とする. また, t 期間後の状態 i の期待ベクトル $S(t)$ は次式で表す.

$$S(t) = [S_1(t), S_2(t), S_3(t), S_4(t), S_5(t)]. \quad (1)$$

よってマルコフ過程の理論から次の式が成り立つ.

$$S(0) = [v_0, 0, 0, 0, 0], \quad (2)$$

$$S(t) = S(t-1)T. \quad (3)$$

T_{ii} の推定値を求めるため, v_0 個の地点の道路状態の観測データを用いる. 実データの代わりに, t 時間後に各状態になっている区間数を, 乱数を用いて v_0 個の道路区間についてシミュレーションデータベクトル $\hat{S}(t)$ を生成する.

$$\hat{S}(t) = [\hat{S}_1(t), \hat{S}_2(t), \hat{S}_3(t), \hat{S}_4(t), \hat{S}_5(t)].$$

初期状態ベクトルは $\hat{S}(0) = [v_0, 0, 0, 0, 0]$ であり, $\hat{S}_i(t)$ を以下のように生成する.

1. $\hat{S}_i(t-1)$ 個の一樣乱数を $[0, 1]$ で生成し, $\hat{S}_i(t-1)$ を $\hat{S}_i(t-1) = X_i(t-1) + Y_i(t-1)$ とする. このとき $X_i(t-1)$ は一樣乱数の値が T_{ii} より小さかったものの個数で, 次の時点 t でも状態 i にとどまる区間数, $Y_{i-1}(t)$ は時点 t で劣化が進み, 状態 i になる区間数を示す.
2. $\hat{S}_i(t) = Y_{i-1}(t-1) + X_i(t-1)$ を用いて, 時点 t のシミュレーションデータを観測期間の n 期間分, 更新を繰り返す.

観測データは 1 期間ごとではなく, B 期間 (点検周期) ごとに観測されると仮定する. そのため $B \geq 2$ のとき, 次の観測では状態が 2 以上変化する可能性がある. まず初めに, $k = 1, 2, \dots, r$ の観測データ $\hat{S}(kB)$ から T_{ii} ($i = 1, 2, \dots, 5$) を推定する. ここで, r は計画期間 n と点検周期 B から決定される. $r = \lfloor n/B \rfloor$ ($\lfloor x \rfloor$ は x の整数部分を表す). 以下の式で定義する $S_e(T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{44})$ が最小となる T の成分 $T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{44}$ を Excel のソルバーを用いて求め, 推移確率行列を推定する. $|y|$ は y の絶対値を表す.

$$S_e(T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{44}) = \sum_{k=1}^r |S(kB) - \hat{S}(kB)|^2 \quad (4)$$

また, $0.01 \leq T_{ii} \leq 0.99$ とする. 現実において道路構造物の状態遷移確率が 0, 1 になりえないことを考慮している.

5 期待コストの推定と最適補修計画

次に期待コストを推定する. 本研究では, 状態 1, 2 では補修を行わないものとする. 補修コストは C_3, C_4 及び C_5 として, それぞれ状態 3, 4, 5 の補修コストに対応する. 補修は点検時に開始することができ, 補修時間は期間に比べて短いものとする. また, 補修後の道路状態は状態 1 になる.

前述の推定された点検周期 B の推移確率行列を P とし, 点検周期に対応する推移確率行列を P^B とする. 状態 5 に達し次第補修を実行する必要があるため, 補修案は, 状態 5 のみで補修, 状態 3, 5 で補修, 状態 4, 5 で補修, 状態 3, 4, 5 で補修の 4 つあるものとする. ここでは点検周期 $B \geq 3$ の場合を扱うので, 点検時に前の状態から状態が 3 上昇している場合もありえる. この 4 つの補修計画について, 期間ごとの期待コストを計算し, コストが最小となるものを最適補修計画とする. 期待コストを算出するために, 補修を開始する状態が吸収状態である推移確率行列を考える. 以下では, B 期間の点検周期を 1 つの周期とする.

マルコフ過程では, 状態は吸収状態と一時状態に分けられる. 吸収状態の集合を A で, 一時状態の集合を U で表す [5]. i, j を一時状態として, 状態 i を出発して吸収状態に達するまでに状態 j を訪れる回数を h_{ij}

表 2: ケース 1 における最適コスト（理論値）とシミュレーションによる期待コスト

	$B = 3$	$B = 4$	$B = 5$
理論値	0.2241	0.2714	0.3163
シミュレーション値	$B = 3, v_0 = 100$	$B = 4, v_0 = 100$	$B = 5, v_0 = 100$
平均値	0.2242	0.2729	0.3185
標準偏差	0.0772	0.1244	0.1872
シミュレーション値	$B = 3, v_0 = 1000$	$B = 4, v_0 = 1000$	$B = 5, v_0 = 1000$
平均値	0.2240	0.2715	0.3165
標準偏差	0.0218	0.0362	0.0545

とする。つまり状態 i を出発して吸収状態に達するまでに平均何期間状態 j 滞在したかを表す。この場合、状態 i から 1 周期で吸収状態に達するか、あるいは途中の一時状態 t を経て最終的に吸収状態に達するかのどちらかであるから h_{ij} は次式のように表される。そして、いろいろな一時状態を経て吸収状態に達するまでの期待到達時間を h_i とすると h_i は (6) で表される。

$$h_{ij} = \delta_{ij} + \sum_{t \in U} p_{it} h_{tj}, \quad (5)$$

$$h_i = \sum_{j \in A} h_{ij}, \quad (6)$$

ただし、 $\delta_{ij} = 1 (i = j \text{ のとき})$, $\delta_{ij} = 0 (i \neq j \text{ のとき})$ とする。次に状態 i を一時状態、状態 j を吸収状態とすると、一時状態 i を出発して、吸収状態 j に達する到達確率を a_{ij} とし、次式のように表される。

$$a_{ij} = p_{ij} + \sum_{t \in T} p_{it} a_{tj}. \quad (7)$$

ここで m 個の状態のうち、 l 個の吸収状態と $(m-l)$ 個の一時状態を持つ一般的なマルコフ過程の推移確率行列 P を考え、(8) ように並び替える。

$$P = \begin{bmatrix} I & O \\ R & Q \end{bmatrix}, \quad (8)$$

ここで I は $l \times l$ 型の単位行列、 O は $l \times (m-l)$ 型の零行列、 R は一時状態から吸収状態への推移に関する $(m-l) \times l$ 型行列、 Q は一時状態から一時状態への推移に関する $(m-l) \times (m-l)$ 型行列である。このとき $H = [h_{ij}]$, $A = [a_{ij}]$ は以下の (9), (10) を満たす。

$$H = I + QH = (I - Q)^{-1}, \quad (9)$$

$$A = R + QA = (I - Q)^{-1}R. \quad (10)$$

最後に状態 1 から吸収状態に到達する到達確率、つまり A の 1 行目を $1 \times l$ 型のベクトル $A(1)$ として、メンテナンスを行う状態の各コストを $1 \times l$ 型のベクトル

C とする。例えば、状態 3, 5 で補修を行う場合は $C = [C_3, C_5]$ となる。これより求まる各補修計画における期待コスト C' を、状態 1 から吸収状態までの期待到達時間 h_1 と点検周期 B で除すことで各補修計画の単位期間あたりの期待コスト $E[C]$ を導出することが出来る。

$$E[C] = A(1)C' / (Bh_1), \quad (11)$$

ここで、 C' は C の転置である。この結果を比較し、コストが最小となる補修計画が最適補修計画と推定できる。

6 シミュレーション結果

今回のシミュレーションでは、乱数生成に用いる推移確率行列の成分をより現実近づけるため、先行研究 [1] で推定された値をケース 1 ($T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{44}$) = (0.13, 0.86, 0.92, 0.95) として与える。また、値を変化させたケース 2 (0.20, 0.85, 0.87, 0.90), ケース 3 (0.08, 0.80, 0.95, 0.90) を与え、それをもとに点検結果を乱数で生成する。ここで、各ケースの推移確率行列から求められる期待コストを理論値とする。

先述の方法で推移確率行列、期待コストを推定したのち、各データにおける補修コストが最小となる最適補修計画を導出する。コストを $[C_3, C_4, C_5] = [1, 15, 40]$, 点検周期 B を 3, 4, 5 の 3 パターン、データ数 v_0 を $v_0 = 100$ と $v_0 = 1000$ の 2 パターンにおいてデータを収集した。

次に、各ケースの推移確率行列から推定された補修コストを理論値として、500 個のシミュレーション結果の平均値と標準偏差を表に表した。各データセットとパラメーターについて、シミュレーション結果を表 2, 3, 4 に示す。

ケース 1 におけるデータ表 2 より、理論値と推定されたコストの平均値を見ると、各周期、各データ数においてかなり近い値が推定されていることが分かる。ここで周期が大きくなるにつれてコストの平均値が大きくなっているのは、点検周期が大きくなるほど 1 点検周期でより劣化した状態つまりコストの大きい状態に移移しやすくなるためであると考えられる。

表 3: ケース 2 における最適コスト（理論値）とシミュレーションによる期待コスト

	$B = 3$	$B = 4$	$B = 5$
理論値	0.3113	0.3972	0.4796
シミュレーション値	$B = 3, v_0 = 100$	$B = 4, v_0 = 100$	$B = 5, v_0 = 100$
平均値	0.3119	0.4009	0.4840
標準偏差	0.0329	0.0429	0.0528
シミュレーション値	$B = 3, v_0 = 1000$	$B = 4, v_0 = 1000$	$B = 5, v_0 = 1000$
平均値	0.3106	0.3969	0.4797
標準偏差	0.0099	0.0128	0.0159

表 4: ケース 3 における最適コスト（理論値）とシミュレーションによる期待コスト

	$B = 3$	$B = 4$	$B = 5$
理論値	0.2390	0.2776	0.3169
シミュレーション値	$B = 3, v_0 = 100$	$B = 4, v_0 = 100$	$B = 5, v_0 = 100$
平均値	0.2435	0.2869	0.3310
標準偏差	0.0230	0.0291	0.0369
シミュレーション値	$B = 3, v_0 = 1000$	$B = 4, v_0 = 1000$	$B = 5, v_0 = 1000$
平均値	0.2417	0.2848	0.3296
標準偏差	0.0065	0.0084	0.0108

次に標準偏差について、データ数 100 個と 1000 個を比較するとデータ数が多いほうが標準偏差の値が小さく、より精度の高い推定値が導出されていることが分かる。また、点検周期ごとに比較すると、点検周期が大きくなるごとに標準偏差の値が大きくなっており、精度が落ちていることが読み取れる。これは、点検周期が大きくなることで点検時に得られるデータは精度の低いものになり、推定される推移確率行列の精度も落ちていることに起因すると考えられる。ケース 2、ケース 3 もおおよそ類似した結果が得られているが、ケース 3 の推定コストの平均値がケース 3 の理論値から離れた値が得られていることに注目する。これはケース 3 の推移確率行列の T_{11} の値が小さすぎることに起因すると考えられる。

今回のシミュレーションでは、点検周期を 3 期間、4 期間、5 期間としており、このような推移確率の場合、初回の点検を行うまでに状態 1 の個体がほとんど次の状態に推移してしまっており、推定される T_{11} は限りなく 0 に近い値となり、正確に T_{11} を推定することができないと考えられる。

本研究の推定方法を用いた場合、今回設定したコスト $[C_3, C_4, C_5] = [1, 15, 40]$ において、点検周期やデータ数に関わらず、500 個のシミュレーションデータから得られる保全政策全てが、与えた推移確率行列 $(T_{11}, T_{22}, T_{33}, T_{44}) = (0.13, 0.86, 0.92, 0.95)$ から得られる保全政策と一致した。

7 結論

日本では道路構造物の補修が深刻な問題になっている。現状、信頼できる分析を行うには点検データ数が少ないが、ドライブレコーダーなどの普及によりデータは増加すると予想され、データを収集するデバイスが開発されている。データの増加に伴い、データ収集の頻度や高い精度を出すのに必要なデータの数を検討する必要がある。本研究では点検間隔とデータ数の影響について考察した。点検間隔が長くなると、データ数が増加しても精度を上げるのが難しくなる。また、データ数も推定の精度を保つために重要な要素であり、シミュレーション結果を用いることで、データ数と点検間隔によってどのように精度が向上するかについて一例を示した。

参考文献

- [1] 幹拓也, 「マルコフ過程を用いた道路構造物の最適維持補修計画に関する研究」, 京都大学卒業論文, 2009.
- [2] 国土交通省, 「これからの舗装マネジメント」, 2016 年 11 月.
- [3] 国土交通省道路局, 「総点検実施要領（案）【舗装編】（参考資料）」, 2013.
- [4] 国土交通省「老朽化対策の取り組み」
- [5] 成田清正, 「例題で学べる確率モデル」, 共立出版, 東京, 2010.